## Inhaltsverzeichnis

Vorwort ..... V
Abbildungsverzeichnis ..... XV
Symbolverzeichnis ..... XIX
I Allgemeine Grundlagen .....  1

1. Aussagenlogik ..... 3
1.1 Einführung ..... 3
1.2 Logische Verknüpfungen ..... 4
1.3 Logische Folgerungen ..... 5
2. Mengenlehre .....  9
2.1 Grundlegendes ..... 9
2.2 Mengenoperationen ..... 11
2.3 Mengenalgebra ..... 13
3. Grundlagen der Arithmetik ..... 15
3.1 Grundregeln des Rechnens ..... 15
3.1.1 Grundgesetze ..... 15
3.1.2 Vorzeichenregeln ..... 17
3.1.3 Binomische Formeln ..... 18
3.1.4 Bruchrechnung ..... 19
3.1.5 Umformung linearer Gleichungen ..... 23
3.2 Summen-, Produkt- und Fakultätszeichen ..... 26
3.2.1 Summenzeichen ..... 26
3.2.2 Produktzeichen ..... 30
3.2.3 Fakultätszeichen und Binomialkoeffizienten. ..... 31
3.3 Ungleichungen und Absolutbeträge ..... 33
3.3.1 Ungleichungen ..... 33
3.3.2 Absolutbeträge ..... 36
3.4 Potenzen, Wurzeln und Logarithmen ..... 38
3.4.1 Potenzen mit natürlichen Exponenten ..... 38
3.4.2 Potenzen mit ganzzahligen Exponenten ..... 41
3.4.3 Potenzen mit gebrochenen Exponenten (Wurzeln) ..... 42
3.4.4 Logarithmen ..... 45
3.5 Weitere Gleichungstypen ..... 47
3.5.1 Weitere äquivalente Umformungen ..... 47
3.5.2 Quadratische Gleichungen ..... 49
3.5.3 Wurzelgleichungen ..... 51
3.5.4 Logarithmusgleichungen ..... 52
3.5.5 Produkt- und Quotientengleichungen ..... 54
4. Aufgaben ..... 55
II Finanzmathematik ..... 61
5. Folgen und Reihen ..... 63
1.1 Folgen ..... 63
1.1.1 Grundlagen ..... 63
1.1.2 Arithmetische Folgen ..... 64
1.1.3 Geometrische Folgen ..... 65
1.2 Reihen ..... 66
1.2.1 Grundlagen ..... 66
1.2.2 Arithmetische Reihen ..... 66
1.2.3 Geometrische Reihen ..... 67
1.3 Einige spezielle Reihen ..... 68
1.3.1 Unendliche geometrische Reihe ..... 68
1.3.2 Die Euler' sche Zahl e ..... 68
6. Finanzmathematische Anwendung ..... 69
2.1 Allgemeines. ..... 69
2.2 Zinsen ..... 70
2.2.1 Einfache Verzinsung ..... 70
2.2.2 Zinseszins ..... 73
2.2.3 Unterjährige und stetige Verzinsung ..... 76
2.3 Raten und Renten ..... 78
2.3.1 Raten ..... 78
2.3.2 Renten ..... 81
2.3.3 Kombinationen aus Raten und Renten ..... 85
2.3.4 Unterjährige Raten und Renten ..... 87
2.4 Tilgungen ..... 89
2.5 Abschreibungen ..... 93
7. Aufgaben ..... 97
III Funktionen einer Variablen ..... 103
8. Funktionsbegriff und Funktionseigenschaften ..... 105
1.1 Definition ..... 105
1.2 Darstellungsformen ..... 106
1.3 Verschiedene Funktionstypen ..... 109
1.4 Funktionseigenschaften ..... 113
9. Elementare Funktionen ..... 129
2.1 Elementare Funktionen ..... 129
2.1.1 Ganz rationale Funktionen ..... 130
2.1.2 Gebrochen rationale Funktionen ..... 138
2.1.3 Algebraische Funktionen ..... 144
2.1.4 Transzendente Funktionen ..... 145
2.1.4.1 Exponenzialfunktion ..... 145
2.1.4.2 Logarithmusfunktion ..... 147
2.2 Spezielle Funktionen ..... 149
2.2.1 Absolutfunktion ..... 149
2.2.2 Minimum- und Maximumfunktion ..... 150
2.2.3 Vorzeichenfunktion ..... 152
2.3 Ökonomische Funktionen ..... 153
2.3.1 Angebots- und Nachfragefunktionen ..... 153
2.3.2 Umsatzfunktion ..... 155
2.3.3 Kostenfunktion ..... 156
2.3.4 Gewinnfunktion ..... 159
10. Differenzialrechnung ..... 163
3.1 Einführung ..... 163
3.2 Der Differenzialquotient ..... 164
3.3 Technik des Differenzierens ..... 167
3.4 Das Differenzial ..... 174
3.5 Das Newton-Verfahren ..... 176
3.6 Kurvendiskussion allgemeiner Funktionen ..... 178
3.7 Diskussion ökonomischer Funktionen ..... 184
3.7.1 Kostenfunktion ..... 185
3.7.2 Umsatzfunktion ..... 189
3.7.3 Gewinnfunktion ..... 190
3.7.4 Elastizitäten ..... 197
3.7.5 Wachstumsraten ..... 203
3.7.5.1 Stetige Wachstumsraten ..... 203
3.7.5.2 Diskrete Wachstumsraten ..... 205
3.7.5.3 Zusammenhänge ..... 208
3.8 Exkurs: Die Regel von L' Hôpital ..... 211
11. Aufgaben ..... 215
IV Funktionen mehrerer Variablen ..... 225
12. Begriff, Darstellung, Eigenschaften ..... 227
1.1 Begriff ..... 227
1.2 Darstellungsformen ..... 229
1.3 Funktionseigenschaften ..... 236
13. Differenzialrechnung ..... 239
2.1 Allgemeines. ..... 239
2.2 Partielle Ableitungen erster Ordnung ..... 239
2.3 Partielle Ableitungen höherer Ordnung ..... 243
2.4 Partielles und totales Differenzial ..... 245
2.5 Ökonomische Anwendungen ..... 246
2.6 Extremwertbestimmung ..... 251
2.6.1 Extremwerte ohne Nebenbedingungen ..... 252
2.6.2 Einbeziehen von Nebenbedingungen ..... 255
14. Aufgaben ..... 261
V Integralrechnung ..... 265
15. Begriff und Integrationstechnik ..... 267
1.1 Allgemeines. ..... 267
1.2 Unbestimmtes Integral ..... 267
1.3 Technik des Integrierens ..... 269
1.4 Bestimmtes Integral ..... 276
1.5 Uneigentliches Integral ..... 284
16. Ökonomische Anwendungen ..... 287
2.1 Kosten-, Umsatz- und Gewinnfunktion ..... 287
2.2 Konsumenten- und Produzentenrente ..... 288
2.3 Investitionen und Kapitalstock ..... 290
2.4 Einkommensteuer. ..... 291
2.5 Die Standardnormalverteilung ..... 294
2.6 Numerische Integrationsverfahren ..... 297
2.7 Exkurs: Elementare Differenzialgleichungen ..... 300
2.7.1 Einführung ..... 300
2.7.2 Lösung von Differenzialgleichungen durch Variablentrennung ..... 301
2.7.3 Ökonomische Anwendungen separabler Differenzialgleichungen ..... 303
17. Aufgaben ..... 307
VI Lineare Algebra ..... 309
18. Vektoren ..... 311
1.1 Begriff ..... 311
1.2 Ordnungsrelationen und Vektoroperationen ..... 312
1.3 Grafische Darstellung und Vektorraum ..... 314
1.4 Vektoreigenschaften ..... 316
1.4.1 Linearkombination von Vektoren ..... 316
1.4.2 Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit. ..... 318
1.4.3 Einheitsvektoren ..... 321
1.4.4 Interpretation des Skalarprodukts. ..... 322
19. Matrizen ..... 325
2.1 Begriff ..... 325
2.2 Spezielle Matrizen ..... 326
2.3 Ordnungsrelationen und Matrizenoperationen ..... 330
2.4 Rang einer Matrix ..... 339
20. Lineare Gleichungssysteme ..... 341
3.1 Einführung ..... 341
3.2 Lösung linearer Gleichungssysteme ..... 343
3.3 Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit ..... 346
3.4 Der Gauß'sche Lösungsalgorithmus ..... 348
21. Determinanten ..... 355
4.1 Begriff, Berechnung und Eigenschaften ..... 355
4.2 Determinanten und der Rang von Matrizen ..... 361
4.3 Determinanten und die Berechnung von Inversen ..... 362
4.4 Determinanten und lineare Gleichungssysteme ..... 364
4.5 Exkurs: Matrizengleichungen ..... 365
22. Lineare Optimierung ..... 367
5.1 Grundlagen ..... 367
5.2 Das Simplexverfahren ..... 372
23. Aufgaben ..... 379
VII Lösungen ..... 385
24. Allgemeine Grundlagen ..... 387
25. Finanzmathematik ..... 397
26. Funktionen einer Variablen ..... 409
27. Funktionen mehrerer Variablen ..... 437
28. Integralrechnung ..... 447
29. Lineare Algebra. ..... 455
Literaturverzeichnis ..... 469
Stichwortverzeichnis ..... 473
